

Бланк решений и ответов педагогической олимпиады учителей математики

Блок №1 «Математический»

Задание 1

1. Найдите область определения функции: $f(x) = \sqrt{\log_{x+5}(x^2 + 6x + 8) - 2}$.

Решение: $\log_{x+5}(x^2 + 6x + 8) - 2 \geq 0$

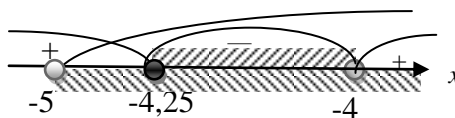
$$\log_{x+5}(x^2 + 6x + 8) \geq \log_{x+5}(x+5)^2$$

Запишем систему неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 8 > 0, \\ x + 5 > 0 \Rightarrow x > -5, \\ x + 5 \neq 1 \Rightarrow x \neq -4 \\ (x+5-1)(x^2 + 6x + 8 - (x+5)^2) \geq 0. \end{cases}$$

после преобразования имеем: $(x+4)(x+4\frac{1}{4}) \leq 0$

Ответ: $\left[-4\frac{1}{4}; -4\right)$



Задание 2

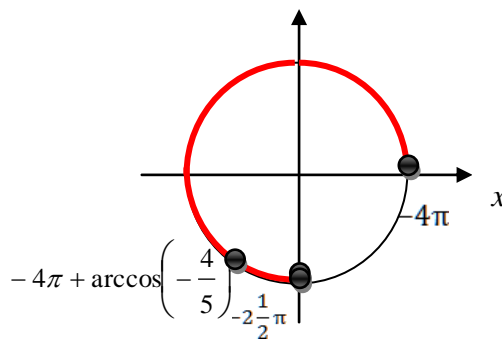
а) Решите уравнение $\frac{5\cos x + 4}{4\operatorname{tg}x - 3} = 0$;

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение:

$$\begin{cases} 5\cos x + 4 = 0, \\ 4\operatorname{tg}x - 3 \neq 0. \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \cos x = -\frac{4}{5}, \\ \operatorname{tg}x \neq \frac{3}{4}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \arccos\left(-\frac{4}{5}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x_2 = 2\pi - \arccos\left(-\frac{4}{5}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x \neq \operatorname{arctg} \frac{3}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$



ОТВЕТ: а) $x = \pm \arccos\left(-\frac{4}{5}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ б) $-4\pi + \arccos\left(-\frac{4}{5}\right)$

Блок № 2 «Практический»

Задание 3

1. Через середину M стороны AB $\triangle ABC$ проведена прямая, параллельная стороне BC . Эта прямая пересекает сторону AC в точке N . Докажите, что $AN=NC$.

2. Стороны угла A пересечены двумя параллельными прямыми BC и DE . (Через B и D обозначены точки на одной стороне угла). Требуется:

1. Определить AE , если $AB=8$ м, $AD=12$ м, $AC=10$ м.

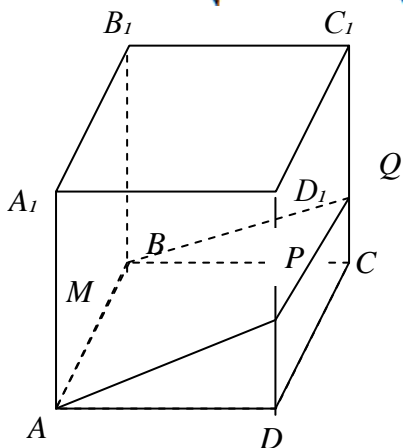
2. Определить AB , если $AB+AD=21$ м, $AC=12$ м, $AE=16$ м

3. Определить AD . Если $AC:AE = \frac{3}{11}:0,6$ и $BC=12$ м

Задание 4

Можно. По теореме о существовании плоскости, проходящей через три данные точки, наша плоскость сечения задается точками P , Q и M . Точка M по условию лежит на прямой AB . Значит она лежит в двух различных плоскостях: в плоскости сечения и в плоскости AA_1B . А по аксиоме: «Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку». Вывод – наша искомая плоскость сечения это

плоскость $APQB$. $AP = \sqrt{a^2 + \frac{1}{9}a^2} = \sqrt{\frac{10}{9}a^2} = \frac{a}{3}\sqrt{10}$, $S = \frac{a^2}{3}\sqrt{10}$



Блок № 3 «Методический»

Задание 5

5. Найдите ошибки в определении понятий и укажите их причины:

А. Квадратным уравнением называется уравнение, которое содержит неизвестную во второй степени. *Квадратным называют уравнение второй степени, так как его левая часть есть многочлен второй степени.*

Б. Тупым углом называется угол больший прямого. *По этому определению развернутый угол тоже будет тупым.*

В. Отрезок, соединяющий середины двух сторон трапеции и равный полусумме оснований, называется средней линией трапеции. *Здесь не уточняется, как проходит этот отрезок. Отрезок можно провести через середины смежных сторон или через середины оснований. Ни в том, ни в другом случае этот отрезок не будет являться средней линией.*

Г. Биссектрисой угла называется прямая, которая делит угол пополам. *Здесь речь идет о прямой, а в определении говорится о луче, проходящем между его сторонами.*

Д. Правильной пирамидой называется пирамида, в основании которой лежит правильный многоугольник. *В данном определении не сказано, что основание высоты пирамиды совпадает с центром этого многоугольника. В противном случае боковые ребра данной пирамиды не будут являться равнобедренные треугольники.*

Задание 6

Аналитический метод;

1. О чем идет речь в задаче?
2. Что нужно знать, чтобы ответить на вопрос задачи?
3. Можно ли сразу узнать количество рыжих лошадей в табуне?
4. Можно ли сразу узнать количество серых лошадей в табуне?

Синтетический метод:

1. Посмотрите условие и выберите данные, по которым можно что-то узнать? Что можно узнать по этим данным?
2. Что еще можно было бы узнать, если нам известно количество серых и рыжих лошадей?
3. Где можно использовать это при решении задачи?
4. Что можно еще узнать? Можем ли мы теперь ответить на вопрос задачи?